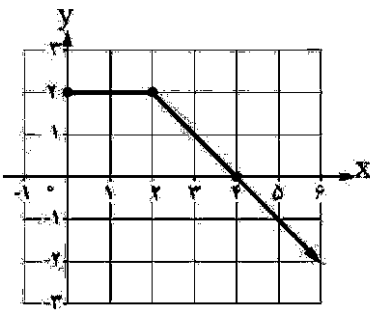


سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضی ۳		تعداد صفحه: ۲	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
دوره دوم متوسطه - دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۳	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳				
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است.			
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن است. ب) تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ در $x=0$ مشتق پذیر است. ج) در تابع $f(x) = 4 + \sqrt{x-1}$ دامنه تابع $y = (f^{-1} \circ f)(x)$ برابر $[1, +\infty)$ است.			
۲	جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید. الف) تابع $g(x) = x^2 - 4x + 5$ در بازه $(-\infty, a]$ اکیداً نزولی است. حداکثر مقدار a برابر است. ب) مقدار عددی عبارت $\sin 15^\circ \cos 15^\circ$ برابر است. ج) اگر صفحه P در یکی از موقعیت‌ها با مولد سطح مخروطی موازی باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل است.			
۳	به کمک انتقال نمودار تابع $y = x^3$ نمودار تابع $f(x) = (x-2)^3 + 1$ را رسم کنید.			
۴	در شکل روبرو نمودار تابع f رسم شده است. الف) نمودار تابع g با ضابطه $g(x) = f(2x)$ را رسم کنید. ب) مقدار $g \circ f(0)$ را بدست آورید. 			
۵	تابع $f(x) = \sqrt{x+4} - 1$ را در نظر بگیرید. دامنه و ضابطه تابع وارون آن را بیابید.			
۶	اگر بیشترین و کمترین مقدار تابع $y = a \sin(\lambda x) + c$ به ترتیب ۹ و ۳ باشد. الف) مقادیر a و c را بیابید. ب) دوره تناوب تابع را بدست آورید.			
۷	جواب‌های معادله $\cos(2x) = \frac{1}{p}$ را در بازه $(0, \pi)$ بدست آورید.			
۸	حدود زیر را محاسبه کنید. (نماد [] علامت جزء صحیح است.) الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x-5)^4}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3 - [x]}{x-3}$ د) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^2 + 7x - 9}{2x^3 - 4x^2 + x}$			
۹	اگر نمودار تابع f از نقطه $A(2, 4)$ بگذرد و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2} = 3$ باشد، معادله خط مماس بر نمودار f را در نقطه A بدست آورید.			

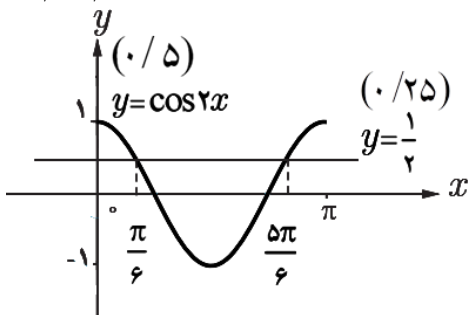
سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضی ۳		تعداد صفحه: ۲	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
دوره دوم متوسطه - دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۳	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳				
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است.			
۱۰	با استفاده از تعریف مشتق، شیب نیم مماس چپ تابع $f(x) = x^2 - 4 $ را در $x = 2$ بیابید.			
۱۱	مشتق تابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). $f(x) = (x-6)^3 + \frac{5x+3}{\sqrt{2x-1}}$			
۱۲	تابع $f(x) = x^2 - x$ را در نظر بگیرید. الف) آهنگ تغییر متوسط تابع f را در بازه $[0, 2]$ بدست آورید. ب) حدود x را چنان بیابید که آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f از آهنگ تغییر متوسط آن، در بازه $[0, 2]$ بزرگتر باشد.			
۱۳	در نمودار تابع مقابل، طول نقاط ماکزیمم نسبی، مینیمم نسبی، ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق را بیابید.			
۱				
۱۴	مطابق شکل زیر، نقطه A در ناحیه اول دستگاه مختصات روی منحنی $y = 12 - x^2$ قرار دارد. با استفاده از جدول تغییرات، مختصات نقطه A را چنان بیابید که مساحت مثلث قائم الزاویه OAB بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.			
۱۵	در یک بیضی فاصله کانونی با طول قطر کوچک آن برابر است. خروج از مرکز بیضی را بیابید.			
۱۶	اگر مرکز دایره $x^2 + y^2 + ax - 4y - 4 = 0$ ، نقطه $O(1, 2)$ باشد. الف) مقدار a را بیابید. ب) شعاع دایره را محاسبه کنید.			
۱۷	سه ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۱۵ مهره قرار دارد که ۳ تای آنها قرمز است. در ظرف دوم هیچ مهره قرمز وجود ندارد و در ظرف سوم ۱۲ مهره داریم که ۶ تای آنها قرمز است. با چشم بسته یک ظرف را انتخاب کرده و یک مهره از آن خارج می‌کنیم. با چه احتمالی این مهره قرمز است.			

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۳/۱۳		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
		دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) (صفحه ۱۰۶) ب) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۸۰) ج) درست (۰/۲۵) (صفحه ۲۵)	۰/۷۵
۲	الف) ۲ (۰/۲۵) (صفحه ۱۰) ب) $\frac{1}{4}$ (۰/۲۵) (صفحه ۴۳) ج) سهمی (۰/۲۵) (صفحه ۱۲۷)	۰/۷۵
۳	(صفحه ۵)	۰/۵
۴	الف) (۰/۵)	۰/۷۵
	ب) $g(f(0)) = g(2) = 0$ (۰/۲۵)	
۵	$y = \sqrt{x+4} - 1 \Rightarrow y+1 = \sqrt{x+4} \Rightarrow (y+1)^2 = x+4 \Rightarrow (y+1)^2 - 4 = x$ $\Rightarrow f^{-1}(x) = (x+1)^2 - 4 \quad (۰/۷۵)$ $D_{f^{-1}} = R_f = [-1, +\infty) \quad (۰/۵)$ (صفحه ۲۹)	۱/۲۵
۶	الف) روش اول: $ a = \frac{\text{Max} - \text{Min}}{2} = \frac{9-3}{2} = 3 \quad (۰/۵) \quad c = \frac{\text{Max} + \text{Min}}{2} = \frac{9+3}{2} = 6 \quad (۰/۵)$ روش دوم: $\begin{cases} a + c = 9 \quad (۰/۲۵) \\ - a + c = 3 \quad (۰/۲۵) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 6 \quad (۰/۲۵) \\ a = 3 \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ ب) $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4} \quad (۰/۵)$ (صفحه ۴۱)	۱/۵

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	مدّت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۳/۱۳	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳			

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

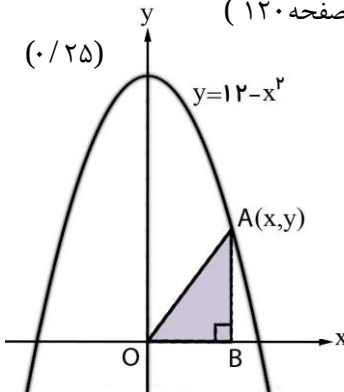
۱/۲۵	روش اول: $\cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \quad (0/25) \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}) \quad (0/5)$ $\xrightarrow{x \in (0, \pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \quad (0/5)$ روش دوم: $\cos 2x = \frac{1}{2} \xrightarrow{(0, \pi)} 2x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \xrightarrow{(0, \pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \quad (1/25)$ روش سوم: $\cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow 1 - 2\sin^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin x = \pm \frac{1}{2} \quad (0/25)$ $\xrightarrow{(0, \pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \quad (0/5)$ روش چهارم: $\cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2\cos^2 x - 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (0/25)$ $\xrightarrow{(0, \pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \quad (0/5)$ روش پنجم: $\cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \xrightarrow{(0, \pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \quad (0/5)$	۷
	 (صفحه ۴۶)	
	توجه: به راه حل های درست دیگر هم نمره داده شود.	

۲	الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)} = 2 \quad (0/5)$ (صفحه ۵۲) ب) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x-5)^4} = \frac{1}{0^+} = +\infty \quad (0/5)$ (صفحه ۵۷) ج) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3-[x]}{x-3} = \frac{1}{0^-} = -\infty \quad (0/5)$ (صفحه ۵۷) د) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3 + 7x - 9}{2x^3 - 4x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3}{2x^3} = -3 \quad (0/5)$ (صفحه ۶۴)	۸
---	---	---

مدّت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۳/۱۳		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
		دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۹	روش اول: فرض کنیم $y = ax + b$، خط مماس بر منحنی f در نقطه $(۲, ۴)$ واقع بر آن باشد: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3 \Rightarrow f'(2) = 3 \quad (۰/۲۵)$ $y = 3x + b \xrightarrow{(2,4)} b = -2 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow y = 3x - 2 \quad (۰/۲۵)$ روش دوم: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3 \Rightarrow f'(2) = 3 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m = 3 \quad (۰/۲۵)$ $y - y_0 = m(x - x_0) \xrightarrow{(2,4)} y - 4 = 3(x - 2) \quad (۰/۵)$ (صفحه ۷۶)	۱
۱۰	روش اول: $f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{ x^2 - 4 - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x^2 - 4)}{x - 2}$ $= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = -4 \quad (۰/۲۵)$ روش دوم: $f'_-(2) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{ (2+h)^2 - 4 - 0}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{ h^2 + 4h }{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{-(h^2 + 4h)}{h} = -4 \quad (۰/۲۵)$ (صفحه ۷۹)	۱/۲۵
۱۱	$f'(x) = \underbrace{3(x-6)^2}_{(۰/۲۵)} + \frac{\underbrace{5(\sqrt{2x-1})}_{(۰/۲۵)} - \underbrace{2}_{(۰/۲۵)}}{\underbrace{(\sqrt{2x-1})^2}_{(۰/۲۵)}} (5x+3) \quad (۰/۲۵)$ (صفحه ۸۸)	۱/۲۵

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	مدّت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۳/۱۳	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره												
۱۲	الف) $\text{آهنگ متوسط در بازه } [0, 2] = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{2 - 0}{2} = 1 \quad (0/25)$ ب) $\text{آهنگ لحظه ای } f'(x) = 2x - 1 \Rightarrow 2x - 1 > 1 \Rightarrow x > 1 \quad (0/25)$ (صفحه ۱۰۰) توجه: (اگر دانش آموزی جواب بدست آمده در قسمت (ب) را با بازه $[0, 2]$ اشتراک گرفت نمره کامل داده شود).	۱/۲۵												
۱۳	طول مینیمم نسبی = ۲ طول ماکزیمم نسبی = ۳ طول مینیمم مطلق = ۴ طول ماکزیمم مطلق = ۱ (صفحه ۱۱۰)	۱												
۱۴	(صفحه ۱۲۰) $S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}xy = \frac{1}{2}x(12 - x^2) = 6x - \frac{1}{2}x^3 \quad (0/25) \Rightarrow S'(x) = 6 - \frac{3}{2}x^2 \quad (0/25)$ $6 - \frac{3}{2}x^2 = 0 \quad (0/25) \xrightarrow{x>0} x = 2 \quad (0/25) \Rightarrow y = 12 - 4 = 8 \quad (0/25)$ <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>2</td><td>$\sqrt{12}$</td></tr><tr><td>S'(x)</td><td></td><td>+</td><td>-</td></tr><tr><td>S(x)</td><td></td><td>↗</td><td>↘</td></tr></table> (۰/۲۵) ۸ 	x	0	2	$\sqrt{12}$	S'(x)		+	-	S(x)		↗	↘	۱/۷۵
x	0	2	$\sqrt{12}$											
S'(x)		+	-											
S(x)		↗	↘											
۱۵	اگر FF' را فاصله کانونی و BB' را قطر کوچک بیضی در نظر بگیریم، داریم: $FF' = BB' \Rightarrow 2c = 2b \Rightarrow c = b \quad (0/5)$ $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = c^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 2c^2 \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (0/25)$ (صفحه ۱۳۲)	۱/۲۵												
۱۶	الف) $-\frac{a}{2} = 1 \quad (0/25) \Rightarrow a = -2 \quad (0/25)$ ب) $r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 16 + 16} \quad (0/25) \Rightarrow r = 3 \quad (0/25)$ (صفحه ۱۳۷)	۱												
۱۷	(صفحه ۱۴۷) $P = \underbrace{\left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{15}\right)}_{(0/25)} + \underbrace{\left(\frac{1}{3} \times 0\right)}_{(0/25)} + \underbrace{\left(\frac{1}{3} \times \frac{6}{12}\right)}_{(0/25)} = \frac{7}{30} \quad (0/25)$ توجه: (به روش نمودار درختی نیز نمره تعلق گیرد).	۱/۵												
	مجموع نمرات	۲۰												