

بسمه تعالی

جشنواره طراحی سوال شبه نهایی - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

راهنمای تصحیح آزمون درس: ریاضی ۳	رشته: تجربی	ساعت شروع:	مدت آزمون: ۱۲۰
نام و نام خانوادگی:	پایه: دوازدهم	تاریخ آزمون:	تعداد صفحه: ۷
نام و نام خانوادگی طراح: سمیه قبدیان	شماره پرسنلی: ۳۳۹۳۰۷۰۲	اداره آموزش متوسطه اول و دوم نظری خراسان رضوی	
ردیف	راهنمای تصحیح		
	بارم		

ردیف	سؤالات	نمره
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (هر مورد ۰/۲۵ نمره)</p> <p>الف) اگر $0 < x < 1$ آنگاه نمودار $y = x^3$ بالای نمودار $y = x^2$ قرار می گیرد. <input type="checkbox"/> ص <input checked="" type="checkbox"/> غ</p> <p>ب) تابع تانژانت در دامنه اش صعودی است <input type="checkbox"/> ص <input checked="" type="checkbox"/> غ</p> <p>پ) تابعی وجود ندارد که برای آن هم $f(a) = 0$ و هم $f'(a) = 0$. <input type="checkbox"/> ص <input checked="" type="checkbox"/> غ</p> <p>ت) اگر تابع f در $x = a$ مشتق پذیر باشد آنگاه f در $x = a$ پیوسته است. <input type="checkbox"/> غ <input checked="" type="checkbox"/> ص</p>	۱
۲	<p>هر یک از جمله های زیر را با عبارت مناسب طوری کامل نمائید که یک گزاره صحیح حاصل شود. (هر مورد ۰/۲۵ نمره)</p> <p>الف) تابع $y = \pi \sin(-x) + 1$ دارای مقدار ماکزیمم $\pi + 1$ و مقدار می نیمم $1 - \pi$ و دوره تناوب 2π است.</p> <p>ب) تابع $y = 3x^2 - x^3$ در بازه $(0, 2)$ اکیداً صعودی است.</p> <p>پ) دو دایره با معادلات $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 6 = 0$ و $x^2 + y^2 + (y - 1)^2 + (x - 2)^2 = 3$ نسبت به هم مماس بیرون هستند.</p> <p>ت) اگر صفحه P بر محور سطح مخروط عمود باشد و از رأس آن عبور نکند شکل حاصل هذلولی است.</p>	۱
۳	<p>گزینه درست را انتخاب کنید. (هر مورد ۰/۲۵ نمره)</p> <p>(۱) برای دو تابع $y = f(x)$ و $y = f(kx)$ آنها الزاماً یکسان نیست اما آنها یکسان است.</p> <p>الف) دامنه- برد <input checked="" type="checkbox"/> ب) برد- دامنه <input type="checkbox"/> ج) نمودار- دامنه <input type="checkbox"/></p> <p>(۲) اگر $f(x) = -x^3 + 3x^2$ مقدار $f'(-1)$ برابر است با الف) ۹- <input type="checkbox"/> ب) ۱۲ <input checked="" type="checkbox"/> ج) ۱۰- <input type="checkbox"/></p> <p>(۳) فرض کنید f در یک a تعریف شده باشد. رابطه $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$ به این معناست که می توان $f(x)$ را از هر عدد منفی دلخواه کرد مشروط بر آنکه x به قدر کافی به a نزدیک اختیار شود.</p> <p>الف) نقطه- کوچکتر <input type="checkbox"/> ب) همسایگی- بزرگتر <input type="checkbox"/> ج) همسایگی- کوچکتر <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>(۴) تابع با ضابطه $f(x) = -\frac{1}{x}$ در کدام بازه اکیداً صعودی است؟ الف) $(-1, 1)$ <input type="checkbox"/> ب) $(-2, 0)$ <input checked="" type="checkbox"/> ج) $(-\infty, +\infty)$ <input type="checkbox"/></p>	۱

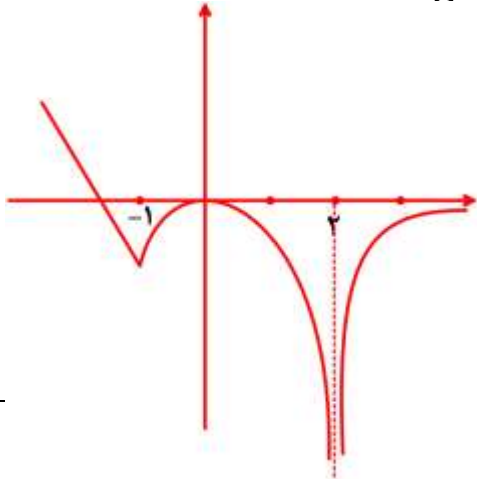
بسمه تعالی				
جشنواره طراحی سوال شبه نهایی - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲				
مدت آزمون: ۱۲۰	ساعت شروع:	رشته: تجربی	راهنمای تصحیح آزمون درس: ریاضی ۳	
تعداد صفحه: ۷	تاریخ آزمون:	پایه: دوازدهم	نام و نام خانوادگی:	
اداره آموزش متوسطه اول و دوم نظری خراسان رضوی		شماره پرسنلی: ۳۳۹۳۰۷۰۲	نام و نام خانوادگی طراح: سمیه قبدیان	
بارم	راهنمای تصحیح			ردیف

۱/۵	<p>۴</p> <p>توابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ داده شده اند. الف) دامنه و ضابطه تابع $f \circ g$ را بدست آورید.</p> <p>$D_f = [1, +\infty)$ $D_g = \mathbb{R}$</p> <p>$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 1 \in [1, +\infty)\} =$ $\{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 1 \geq 1\} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty) \rightarrow (۰/۵)$</p> <p>$f \circ g = f(g(x)) = \sqrt{2x^2 - 2} \rightarrow (۰/۵)$</p> <p>ب) مقدار $f^{-1} \circ g(1)$ را بدست آورید.</p> <p>$f^{-1} \circ g(1) = f^{-1}(g(1)) = f^{-1}(1) = 2 \rightarrow (۰/۵)$</p> <p>$g(1) = 1 \quad f(2) = 1 \Rightarrow f^{-1}(1) = 2$</p>	
	<p>۵</p> <p>جواب کلی معادله مثلثاتی زیر را بدست آورید.</p> <p>$2 \sin x - \cos 2x = 1$</p> <p>$2 \sin x - \underbrace{(1 - 2 \sin^2 x)}_{۰/۲۵} - 1 = 0 \Rightarrow \underbrace{2 \sin^2 x + 2 \sin x}_{۰/۲۵} = 0 \Rightarrow$</p> <p>$2 \sin x (\sin x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi & k \in \mathbb{Z} \rightarrow (۰/۲۵) \\ \sin x = -1 \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{2} & k \in \mathbb{Z} \rightarrow (۰/۲۵) \end{cases}$</p>	

بسمه تعالی				
جشنواره طراحی سوال شبه نهایی - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲				
مدت آزمون: ۱۲۰	ساعت شروع:	رشته: تجربی	راهنمای تصحیح آزمون درس: ریاضی ۳	
تعداد صفحه: ۷	تاریخ آزمون:	پایه: دوازدهم	نام و نام خانوادگی:	
اداره آموزش متوسطه اول و دوم نظری خراسان رضوی		شماره پرسنلی: ۳۳۹۳۰۷۰۲	نام و نام خانوادگی طراح: سمیه قبدیان	
بارم	راهنمای تصحیح			ردیف

۱/۵	<p>حد توابع زیر را بدست آورید.</p> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+3)(x-3)}{2 - \sqrt{x+1}} \times \frac{2 + \sqrt{x+1}}{2 + \sqrt{x+1}} =$ <p>الف)</p> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+3)(x-3)2 + \sqrt{x+1}}{(4-x-1)} = -36$	۶
	<p>ب)</p> $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - x + 3}{1 - 3x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2}{-3x^2} = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1}{\cos x} = -\infty$ <p>پ)</p>	
۱	<p>خط مماس بر منحنی $y = ax^2 + bx + 1$ در نقطه $(2, 9)$ با خط $y = 10x$ موازی است مقدار a, b را بدست آورید.</p> <p>$y'(2) = 10$</p> <p>چون شیب خط مماس در این نقطه برابر ۱۰ می باشد پس داریم:</p> $y'(x) = 2ax + b \longrightarrow y'(2) = 4a + b = 10$ $9 = 4a + 2b + 1 \longrightarrow 4a + 2b = 8$ $\boxed{b = -2}, \boxed{a = 3}$	۷

بسمه تعالی				
جشنواره طراحی سوال شبه نهایی - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲				
راهنمای تصحیح آزمون درس: ریاضی ۳	رشته: تجربی	ساعت شروع:	مدت آزمون: ۱۲۰	
نام و نام خانوادگی:	پایه: دوازدهم	تاریخ آزمون:	تعداد صفحه: ۷	
نام و نام خانوادگی طراح: سمیه قبدیان	شماره پرسنلی: ۳۳۹۳۰۷۰۲	اداره آموزش متوسطه اول و دوم نظری خراسان رضوی		
ردیف	راهنمای تصحیح			بارم

۸	<p>نمودار تابع پیوسته ای را رسم کنید که در تمام شرایط زیر صدق کند.</p> <p>- وقتی $x \rightarrow 2$ آنگاه $y \rightarrow -\infty$</p> <p>- در نقطه $x = 0$ مشتق برابر صفر شود.</p> <p>- در نقطه $x = -1$ مشتق نداشته باشد.</p> <p>هر نمودار صحیحی قابل قبول است و رعایت هر شرط ۲۵/۰ بارم دارد.</p> 
۹	<p>مشتق توابع زیر را بدست آورید (محاسبه لازم نیست)</p> <p>الف) $f(x) = \left(\frac{2x^2}{5x-7}\right)^3$</p> <p>۱/۵ $f'(x) = 3 \left(\frac{2x^2}{5x-7}\right)^2 \times \frac{4x(5x-7) - 5(2x^2)}{(5x-7)^2}$</p> <p>ب) $g(x) = (x^3 - x)\sqrt[3]{x-5}$</p> <p>$g'(x) = (3x^2 - 1)\sqrt[3]{x-5} + \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-5)^2}}(x^3 - x)$</p>
۱۰	<p>معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ بر حسب متر در بازه زمانی $[0, 5]$ داده شده است. در کدام لحظه، سرعت لحظه ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 5]$ با هم برابرند.</p> <p>۱ $f(5) = 25 - 5 + 10 = 30$</p> <p>$f(0) = 0 - 0 + 10 = 10$</p> <p>سرعت متوسط $= \frac{30 - 10}{5 - 0} = 4 \rightarrow (0, 5)$</p> <p>$f'(t) = 2t - 1$ سرعت لحظه ای</p> <p>$2t - 1 = 4 \rightarrow 2t = 5 \rightarrow t = 2.5s$</p>

بسمه تعالی				
جشنواره طراحی سوال شبه نهایی - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲				
راهنمای تصحیح آزمون درس: ریاضی ۳	رشته: تجربی	ساعت شروع:	مدت آزمون: ۱۲۰	
نام و نام خانوادگی:	پایه: دوازدهم	تاریخ آزمون:	تعداد صفحه: ۷	
نام و نام خانوادگی طراح: سمیه قبدیان	شماره پرسنلی: ۳۳۹۳۰۷۰۲	اداره آموزش متوسطه اول و دوم نظری خراسان رضوی		
ردیف	راهنمای تصحیح			بارم

۱۱	<p>در تابع $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ ابتدا نقاط بحرانی تابع را بدست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم نسبی و می نیمم نسبی آن را در صورت وجود بدست آورید.</p> $f'(x) = 6x^2 + 6x - 12$ $f'(x) = 0 \longrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \begin{cases} x = -2 \longrightarrow (0 / 25) \\ x = 1 \longrightarrow (0 / 25) \end{cases}$ <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p>	۱/۵
۱۲	<p>نقطه $M(x, y)$ روی منحنی $y = (x - 2)^2$ در ناحیه اول چنان انتخاب شده که مساحت مستطیل $AMBO$ ماکزیمم است. این مقدار مساحت چقدر است؟</p> $S = xy = x \times (x - 2)^2 \longrightarrow (0 / 5)$ <p>چون M روی منحنی قرار دارد داریم: $y = (x - 2)^2$</p>	۱/۵

بسمه تعالی				
جشنواره طراحی سوال شبه نهایی - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲				
راهنمای تصحیح آزمون درس: ریاضی ۳	رشته: تجربی	ساعت شروع:	مدت آزمون: ۱۲۰	
نام و نام خانوادگی:	پایه: دوازدهم	تاریخ آزمون:	تعداد صفحه: ۷	
نام و نام خانوادگی طراح: سمیه قبدیان	شماره پرسنلی: ۳۳۹۳۰۷۰۲	اداره آموزش متوسطه اول و دوم نظری خراسان رضوی		
ردیف	راهنمای تصحیح			بارم

	$S'(x) = 0 \longrightarrow (x-2)^2 + 2(x-2)x = 0 \begin{cases} x=2 \longrightarrow \text{غ ق ق} \\ x=\frac{2}{3} \longrightarrow (0/5) \end{cases}$ <p>$x=2$ قبول نیست چون مساحت مستطیل صفر می شود پس $x=\frac{2}{3}$ و داریم:</p> $S = \frac{2}{3} \times \left(\frac{2}{3} - 2\right)^2 = \frac{2}{3} \times \frac{16}{9} = \frac{32}{27} \longrightarrow (0/5)$	
۱۳	<p>دایره ای به معادله $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ با خط $y = 3 - x$ چه وضعیتی دارد.</p> $O = (1, 0) = \left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) \quad r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4a} = 2 \longrightarrow (0/25)$ <p>$d = \frac{ 1(1) + 1(0) - 3 }{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \longrightarrow (0/5)$</p> <p>$OH < r$ پس خط با دایره متقاطع است.</p> <p>$\sqrt{2} < 2 \longrightarrow (0/25)$</p>	۱/۵
۱۴	<p>دو نقاط $(3, 0), (-3, 0)$ دو سر کوتاهترین قطر یک بیضی با خروج از مرکز $0/5$ هستند. مختصات کانون های بیضی را بدست آورید.</p> <p>دو سر کوتاهترین قطر یعنی B', B پس $B'(3, 0), B(-3, 0)$</p> $BB' = 6 \longrightarrow \boxed{b=3} \longrightarrow (0/5)$ <p>خروج از مرکز $\frac{c}{a} = 0/5 = \frac{1}{2}$ پس $a = 2c$</p>	۱/۵

بسمه تعالی				
جشنواره طراحی سوال شبه نهایی - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲				
راهنمای تصحیح آزمون درس: ریاضی ۳	رشته: تجربی	ساعت شروع:	مدت آزمون: ۱۲۰	
نام و نام خانوادگی:	پایه: دوازدهم	تاریخ آزمون:	تعداد صفحه: ۷	
نام و نام خانوادگی طراح: سمیه قبدیان	شماره پرسنلی: ۳۳۹۳۰۷۰۲	اداره آموزش متوسطه اول و دوم نظری خراسان رضوی		
ردیف	راهنمای تصحیح			بارم

	<p>فاصله کانونی</p> $c^2 = a^2 - b^2$ $c^2 = 4c^2 - 9 \Rightarrow c^2 = 3 \Rightarrow c = \sqrt{3} \xrightarrow{-25} 2c = 2\sqrt{3}$ <p>از طرفی چون $(0,0)$ مرکز بیضی می باشد پس داریم:</p> <p>کانون ها $F' = (-\sqrt{3}, 0)$ و $F = (\sqrt{3}, 0) \leftarrow (0, 25)$</p>	
۱۵	<p>دو ظرف داریم در اولی ۵ مهره سفید و ۴ مهره سیاه و در دومی ۷ مهره سفید و ۱۰ مهره سیاه است. از ظرف اول یک مهره برداشته و بدون رؤیت در ظرف دوم قرار می دهیم، آن گاه از ظرف دوم یک مهره بیرون می آوریم، با کدام احتمال این مهره سفید است؟ و با کدام احتمال این مهره سیاه است؟</p> <p>مهره ای که از ظرف اول خارج می شود سفید W_1 یا سیاه B_1 و W_2 مهره دوم سفید</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> ۵ سفید ۴ سیاه ظرف اول </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> ۷ سفید ۱۰ سیاه ظرف دوم </div> </div> $P(W_2) = P(W_1)P(W_2 W_1) + P(B_1)P(W_2 B_1)$ <p>احتمال مهره دوم سفید $= (\frac{5}{9} \times \frac{8}{18}) + (\frac{4}{9} \times \frac{7}{18}) = \frac{31}{81}$</p> <p>احتمال مهره دوم سیاه $= (\frac{5}{9} \times \frac{8}{18}) + (\frac{4}{9} \times \frac{11}{18}) = \frac{47}{81}$</p> <p>از روش مکمل هم مورد قبول است.</p> <p>احتمال مهره دوم سیاه $= 1 - \frac{31}{81} = \frac{50}{81}$</p>	۲
۲۰	موفق و سربلند باشید	جمع نمرات